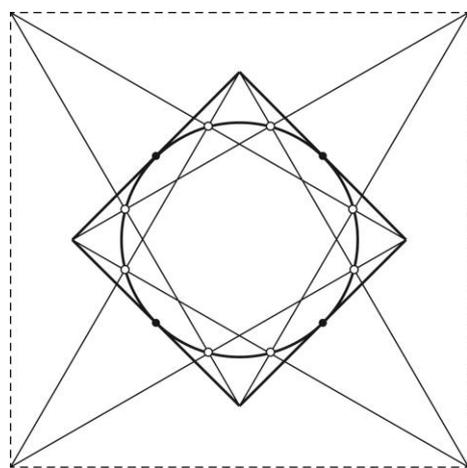


22 柯施克的正十二邊形定理…典雅的幾何鑲嵌

以數學為內容的競賽有著悠久的歷史：古希臘時就有解幾何難題的比賽；十三世紀在義大利有所謂的宮廷數學競賽，斐波那契參加過這項考試，其著作《花朵》就涵蓋了宮廷數學競賽的一些問題；十六世紀在義大利有過關於塔塔利亞求解三次方程的激烈競爭；十七世紀，不少數學家喜歡提出一些問題向其他數學家挑戰，費馬所提出的費馬大定理就是一個例子；十九世紀，法國科學院以懸賞的方法徵求對數學難題的解答，常常獲得一些重要的數學發現，高斯就是比賽的優勝者。但是，專門以中學生為對象的數學競賽源於匈牙利，在 1894 年，匈牙利舉辦第一屆由高中學生參加的數學競賽，此競賽每年十月舉行，每次出三題，限四小時完成，允許使用任何參考書。到今天已經舉辦了一百多屆，為了感謝匈牙利數學家柯施克（J. Kürschak，1864~1933）當初對此競賽所付出的努力及其對數學的貢獻，這項比賽也改以柯施克數學競賽來命名。我們在市面買到的匈牙利數學競賽問題與解答就是當年柯施克編輯的。



上圖是柯施克有關正十二邊形定理的作圖過程：

- (1) 將虛線正方形的每一邊分別向內作一個正三角形。
- (2) 這四個正三角形的頂點會構成一個較小的正方形。
- (3) 取此正方形四個邊上的中點，共 4 個黑點。
- (4) 再取四個正三角形的 8 個交點，如圖中的 8 個白點。
- (5) 這 12 個點剛好構成正十二邊形。

柯施克利用上述構造法證明：半徑 1 的圓內接正十二邊形之面積剛好為 3。他的證明的難能可貴之處在於「柯施克沒有利用代數公式來求面積，而是只用這圖形的一些分割來求圓內接正十二邊形的面積。」

想想看，柯施克的正十二邊形構造圖應該形如何再進一步的切割，才能解決「半徑 1 的圓內接正十二邊形之面積剛好為 3」這道定理。

